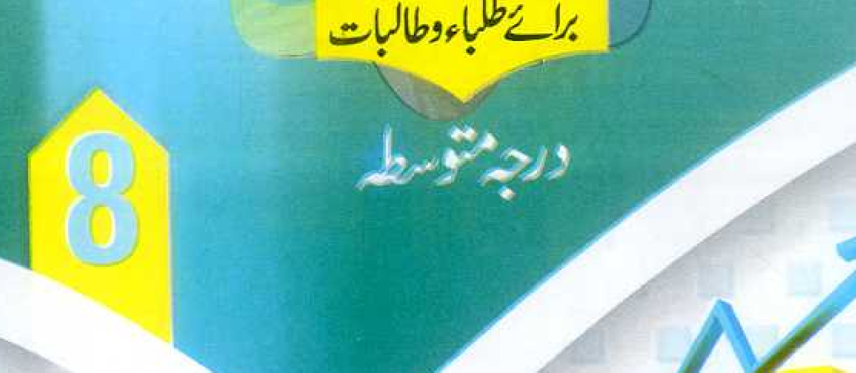
ریاضی

برائے طلباء وطالبات

8

درجہ متوسطہ



تنظیم المدارس اہلسنت پاکستان

ریاضی

برائے طلباء وطالبات

درجہ متوسطہ

تنظیم المدارس اہلسنت پاکستان

پبلیشرز

تنظیم المدارس اہلسنت (پاکستان)

8-راوی پارک راوی روڈ لاہور پاکستان
042-37731045

یونٹ IV

تناسب
(Proportion)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- ❖ مرکب تناسب کا تصور
- ❖ روز مرہ زندگی سے متعلقہ مرکب تناسب پر عبارتی سوالات

پچھلی جماعت میں ہم سیکھ چکے ہیں کہ

دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔

اگر چار مقداریں c,b,a اور d تناسب میں ہوں تو ان کو یوں لکھتے ہیں

$$a : b : : c : d$$

یہ دراصل دو نسبتوں a:b اور c:d کا باہمی تعلق ہوتا ہے۔

تناسب کی مندرجہ ذیل دو قسمیں ہیں۔

(i) تناسب راست (ii) تناسب معکوس

4.1 تناسب راست (Direct Proportion)

اگر دی ہوئی دو نسبتیں اس طرح ہوں کہ ایک تناسب کی مقدار کے بڑھنے سے یا کم ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو تو ان نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب راست کہتے ہیں۔ اس تناسب میں

اگر $a:b : : c:d$

ہو تو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

مثال: ایک درجن انڈوں کی قیمت 28 روپے ہو تو 21 روپے میں کتنے انڈے ملیں گے

حل:

رقم بڑھ رہی ہے اور انڈوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے	} تناسب راست

x = فرض کیا انڈوں کی تعداد

قیمت : قیمت : : انڈے : انڈے

$$12 : x : : 28 : 21$$

$$\frac{12}{x} = \frac{28}{21}$$

$$x \times 28 = 12 \times 12$$

$$x = \frac{12 \times 21}{28}$$

انڈے $= 9$

4.2 تناسب معکوس (Inverse Proportion)

دو نسبتوں کا ایسا تعلق جس میں ایک نسبت کی مقدار بڑھنے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو رہی ہو تو ایسی نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب معکوس کہتے ہیں۔

اس تناسب میں ایک نسبت دوسری نسبت کے معکوس کے برابر ہوتی ہے۔

یعنی چار مقداریں d,c,b,a اگر تناسب معکوس میں ہوں تو

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$

تناسب معکوس کی وضاحت درج ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال:

ایک گھر میں 10 آدمیوں کے لیے 21 دن کی خوراک موجود ہے اگر 3 آدمی چلے جائیں تو وہی خوراک کتنے دنوں کے لئے کافی ہوگی؟

حل: 10 آدمیوں میں سے 3 آدمی چلے گئے تو باقی آدمیوں کی تعداد 7=10-3 ہوگی۔

آدمیوں کی تعداد کم ہو گی تو راشن زیادہ دنوں کے لیے کافی ہوگا	} ← تناسب معکوس

فرض کیا دنوں کی مطلوبہ تعداد x ہے۔

آدمی	دن
10	21
7	X

$$\frac{x}{21} = \frac{10}{7}$$

$$x = \frac{10\times21}{7}\ 30$$ دن

پس راشن 30 دنوں کے لیے کافی ہوگا۔

4.3 تناسب مرکب (Compound Proportion)

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے باہمی تعلق کو تناسب مرکب کہتے ہیں۔ تناسب مرکب سے متعلق سوالات حل کرنے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد سے کی جاتی ہے۔

مثال 1:

اگر 35 مزدور 5 گھنٹے میں 805 مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیتے ہیں تو بتائیں کہ 30 مزدور 6 گھنٹے میں کتنے مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیں گے؟

مزدوروں کی تعداد کم ہوگی زمین کی کھدائی بھی کم ہوگی	← تناسب راست
کام کا وقت زیادہ ہوگا کام کی مقدار بھی زیادہ ہوگی	← تناسب راست

فرض کیا زمین کی کھدائی $x cm^3$ ہو تو

مزدور	گھنٹے	cm^3
35 ↑	5 ↑	805 ↑
30	6	X

$$\frac{x}{805} = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35}$$

$$x = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35} \times 805$$

$$x = 6 \times 6 \times 23$$

$$x = 828cm^3$$

مثال 2:

8000 روپے 4 افراد کے ایک کنبے کے لیے 40 دن کے لئے کافی ہیں۔ اسی حساب سے 15000 روپے میں کتنے دن تک 5 افراد کا گزارا ہو سکے گا؟

حل:

روپوں کی تعداد بڑھ رہی ہے دنوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے	← تناسب راست
افراد کی تعداد بڑھ رہی ہے دنوں کی تعداد کم ہو رہی ہے	← تناسب معکوس

x = فرض کیا دنوں کی تعداد

دن	افراد	روپے
40 ↑	4 ↓	8000 ↑
x	5	15000

$$\frac{x}{40} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{8000}$$

$$x = \frac{40 \times 4 \times 15000}{5 \times 5000}$$

$$x = 60$$ دن

مشق 4

1. 12 کوئنٹل سامان کا کرایہ 18 کلو میٹر سفر کے لیے 20 روپے ہو تو 8 کوئنٹل سامان کا کرایہ 20 کلو میٹر سفر کے لیے کتنا ہو گا؟
2. 12 میٹر لمبی دیوار 14 معمار 12 دن میں بنا سکتے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن میں کتنے معمار بنائیں گے؟
3. 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لیے کافی ہو جبکہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ گنا کر دیا جائے؟ (اشارہ: راشن کی نسبت میں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن 3/2 ہے)
4. 15 مشینیں 6 دن چلنے سے 360 سویٹر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سویٹر بنے جا سکتے ہیں؟
5. 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سڑک 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔ بتائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کر کے اتنی ہی لمبی سڑک کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟
6. اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلو گرام کپاس چن لیتی ہوں تو 30 عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنی کپاس چن لیں گی؟
7. اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور 6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہو گی؟
8. اگر 15 کاریگر 9 دنوں میں 20,250 روپے کمائیں تو 10 کاریگر 12 دنوں میں کتنے روپے کمائیں گے؟
9. 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دن میں بنا لیتے ہیں۔ اسی حساب سے 600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنا لیں گے؟
10. ایک چرواہے کو 18 مویشی 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کیے جاتے ہیں۔ اسے 24 مویشی 8 ہفتے چرانے کے لیے کتنی رقم ادا کرنی ہو گی؟
11. ایک ٹھیکیدار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا ٹھیکہ لیا اور 20 آدمی کام پر لگائے۔ 10 دن میں کام کا صرف 1/4 حصہ ختم ہوا۔ وہ کتنے آدمی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم ہو جائے؟

معروضی سوالات

-1 درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط کے سامنے "F" لکھیے۔

(i) دو نسبتوں کی برابری نسبت کہلاتی ہے۔

(ii) اگر a,b,c,d تناسب راست میں ہوں تو bc=ad -

(iii) دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے آپس تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔

(iv) دو نسبتوں کی برابری تناسب کہلاتی ہے۔

(v) تناسب کے لیے علامت "::" استعمال ہوتی ہے۔

(vi) دو مقداروں میں نسبت کو ظاہر کرنے کے لیے علامت ":" استعمال ہوتی ہے۔

(vii) تناسب معکوس میں ایک نسبت دوسری نسبت کے ضربی معکوس کے برابر نہیں ہوتی۔

(viii) a:b کو $\frac{a}{b}$ کے برابر نہیں کہا جا سکتا۔

(ix) کتابوں کی تعداد اور ان کی قیمت میں تناسب معکوس ہو گا۔

(x) آدمیوں کی تعداد اور خوراک کی مقدار میں تناسب معکوس ہو گا۔

-2 تکمیل سوالات

خالی جگہ موزوں الفاظ/اعداد سے پر کیجیے۔

(i) $\frac{a}{b}$ کو نسبت کی صورت میں ________ لکھتے ہیں۔

(ii) اگر $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ تو a,b,c اور d تناسب ________ میں ہوں گے۔

(iii) مرکب تناسب دو یا دو سے زیادہ ________ کے درمیان تعلق ہے۔

(iv) ایک نسبت کی مقدار کے زیادہ ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو تو ایسا تناسب ________ کہلاتا ہے۔

(v) اگر 20 آدمی ایک دیوار کو 5 دنوں میں بناتے ہوں تو 10 آدمی اسی دیوار کو ________ دنوں میں بنائیں گے۔

-3 کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی خالی جگہ پر لکھیے۔

(i) اگر c,b,a اور d تناسب راست میں ہوں تو ____________

(a) ac=cd (b) ad=bc (c) a+b=c+d (d) ab =cd

(ii) اگر c,b,a اور d تناسب معکوس میں ہوں تو ____________

(a) ac=bd (b) ad = bc (c) a+b = c+d (d) ab = cd

(iii) اگر 6,4,3 اور x تناسب راست میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی ____________

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8

(iv) اگر x,5,3 اور 9 تناسب معکوس میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی ____________

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 15

(v) اگر 5,b,a,3 تناسب راست میں ہوں تو ab کی قیمت ہوگی ____________

(a) 3 (b) 5 (c) 15 (d) 8

-4 مختصر جوابی سوالات (خود کریں)

مندرجہ ذیل سوالوں کے مختصر جواب دیجیے۔

.i تناسب راست کی تعریف کیجیے۔

.ii تناسب معکوس کی تعریف کیجیے۔

.iii تناسب کی تعریف کیجیے۔

.iv تناسب مرکب کی تعریف کیجیے۔

.v 30 آدمی ایک کام کو 9 دنوں میں کریں تو 10 آدمی اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے۔

یونٹ V

جذر
(Square Root)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- قدرتی اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا
- ایسی کسور عام اور کسور اعشاریہ کا جذر المربع معلوم کرنا جو مکمل مربع ہوں
- غیر ناطق اعداد کا تصور
- 2.5, 3, 2 وغیرہ جیسے نامکمل مربع اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا

ہم پچھلی جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ کسی عدد کا جذر ایک ایسا عدد ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہو۔ جذر کے لیے علامت $\sqrt{\ }$ استعمال کی جاتی ہے۔ جذر المربع کے لیے صرف جذر کا لفظ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

5.1 قدرتی اعداد کا جذر المربع بذریعہ تقسیم معلوم کرنا
(Finding square root of Natural Numbers by Division Method)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے تجزی کی مدد سے چھوٹے اعداد کا جذر معلوم کرنا سیکھا۔ اس طریقہ سے بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنا آسان نہیں۔ آیئے اب بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقہ سیکھتے ہیں اُسے تقسیم کا طریقہ کہتے ہیں۔

کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لیے:

(i) عدد میں دیے گئے ہندسوں کے دائیں سے بائیں دو دو کے جوڑے بنایئے (اگر ہندسوں کی تعداد جفت ہوگی تو مکمل جوڑے بن جائیں گے اور اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہوگی تو بائیں طرف آخر میں ایک ہندسہ رہ جائے گا۔

(ii) ایسا عدد تلاش کیجیے جس کا مربع بائیں طرف سے آخری جوڑے یا ہندسے کے برابر یا اس سے کم ہو۔

(iii) باقی کا طریقہ کار نیچے دی گئی مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

مثال 1 : 625 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

41x1=41
42x2=84
43x3=129
44x4=176
45x5=225

	25
2	$\overline{6}\ \overline{25}$
	-4 ↓ ↓
45	225
	-225
	0

اس لیے $\sqrt{625} = 25$

مثال2: عدد 1024 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

```
      32
   ┌──────
 3 │ 1024
   │ -9
   ├──────
62 │  124
   │ -124
   ├──────
   │    0
```

پس $\sqrt{1024}=32$

مثال3: عدد 15129 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

```
       123
    ┌────────
  1 │ 15129
    │ -1
    ├────────
 22 │  51
    │ -44
    ├────────
243 │   729
    │ - 729
    ├────────
    │     0
```

پس $\sqrt{15129}=12$

مشق 5.1

1. مندرجہ ذیل کے جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

(i)	784	(ii)	1225	(iii)	2809
(iv)	4225	(v)	5184	(vi)	7744
(vii)	13689	(viii)	29241	(ix)	103041
(x)	418609	(xi)	10329796	(xii)	30349081

5.2 کسور عام کا جذر (Square root of Common Fraction s)

ہم جانتے ہیں کہ کسر عام $\frac{4}{9}$ میں 4 شمار کنندہ اور 9 مخرج ہے۔

کسر عام کا جذر اُسکے شمار کنندہ کے جذر کو مخرج کے جذر سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے کسر عام کا جذر معلوم کرنے کے لیے ہم اسکے شمار کنندہ اور مخرج کے جذر علیحدہ علیحدہ معلوم کرتے ہیں۔

مثال 1: عدد $\frac{9}{16}$ کا جذر معلوم کریں

حل: $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}}$

$=\frac{3}{4}$

مثال2:

$1\frac{11}{25}=\frac{36}{25}$

$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$

$=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$

مثال3: $28\frac{4}{9}$ کا جذر معلوم کریں۔

$28\frac{4}{9}=\frac{256}{9}$

$\sqrt{\frac{256}{9}}=\frac{\sqrt{265}}{\sqrt{9}}$

$=\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}$

دلچسپ معلومات

n ہندسی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد
- $=\frac{n}{2}$ اگر n ایک جفت عدد ہو
- $=\frac{n+1}{2}$ اگر n ایک طاق عدد ہو

کیا آپ بتا سکتے ہیں؟

5 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟ ____________

6 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟ ____________

مشق 5.2

مندرجہ ذیل کسور کا جذر معلوم کریں۔

1.	$\frac{144}{255}$	2.	$\frac{169}{256}$	3.	$\frac{784}{841}$	4.	$\frac{1024}{1225}$
5.	$2\frac{34}{81}$	6.	$6\frac{1}{4}$	7.	$5\frac{41}{64}$	8.	$12\frac{24}{25}$
9.	$9\frac{67}{121}$	10.	$1\frac{136}{225}$	11.	$101\frac{92}{169}$	12.	$2517\frac{196}{289}$

5.3 کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا

(Finding square Root of Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لیے

(i) صحیح عددی حصے کے ہندسوں کے جوڑے دائیں سے بائیں بنائیے۔

(ii) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کے ہندسوں کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائیے۔

(iii) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف مکمل جوڑے بنانے کے لیے "0" لگائیں۔

(iv) نقطہ اعشاریہ کے بعد کا جوڑہ اتارنے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ لگائیے۔

(v) دو جوڑے بیک وقت اتارتے ہوئے حاصل تقسیم میں "0" لگائیے۔

مثال 1: 180.9025 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

```
            13.45
        ┌──────────────
1       │ 1 80 . 90 25
        │-1
23      │   80
        │ - 69
26.4    │   11.90
        │ - 10.56
26.85   │     1.3425
        │   - 1.3425
        │          0
```

1 x 21 = 21	
2 x 22 = 24	
3 x 23 = 69	

1 x 2681 = 2681	1 x 261 = 261
2 x 2682 = 5364	2 x 262 = 524
3 x 2683 = 8049	3 x 263 = 789
4 x 2684 = 10736	4 x 264 = 1056
5 x 2685 = 13425	5 x 265 = 1325

مثال 2: 0.053361 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل:

```
          0.231
      ┌─────────────
.2    │ 0 . 05 33 61
      │ - . 04
.43   │   . 01 33
      │ - . 01 29
.461  │   . 00 04 61
      │ - . 00 04 61
      │            0
```


41 x 1 = 41
42 x 2 = 84
43 x 3 = 129

$\therefore \sqrt{0.05361} = 0.231$

مثال 3: 0.204304 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل:

```
          0.452
      ┌─────────────
.4    │ 0. 20 43 04
      │ -  .16
.85   │    .04 43
      │ -  .04 25
.902  │    .00 18 04
      │ -  .00 18 04
      │            0
```

$\therefore \sqrt{0.204304} = 0.452$

مشق 5.3

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

1. 0.3249	2. 0.5184	3. 10.24
4. 0.0676	5. 1402.5025	6. 20.5209
7. 648.7209	8. 23746129	9. 2981.16
10. 7613.609536	11. 0.00868624	12. 32.7184

5.4 غیر ناطق عدد کا تصور (Concept of an Irrational Number)

پچھلی کلاس میں ہم غیر مختتم متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں مثلاً $\frac{2}{3} \approx 0.6666..$ ایک غیر مختتم متوالی کسر اعشاریہ میں ہندسوں کا ایک گروپ اسی ترتیب سے بار بار آتا ہے۔ اب ہم غیر مختتم غیر متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں سیکھتے ہیں۔

ایسی کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد نہ تو ختم ہو رہی ہو اور نہ ہی ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار آرہا ہو' ایک غیر متوالی غیر مختتم کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔ اس قسم کے اعداد غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ مثلاً $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ وغیرہ۔

مثال 1: 2 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

```
          1.4142135...
       ┌──────────────────
1      │ 2.00000000
       │-1
2.4    │ 1.00
       │- .96
2.81   │  .0400
       │ - .0281
2.824  │  .011900
       │ - .011296
       │  .00060400
       ├──────────────────
       │  ..............
       │  ..............
```

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ 2 کا جذر معلوم کرنے کے عمل میں

(i) تقسیم کا عمل لاانتہائی ہے یعنی کسی بھی مرحلے پر باقی "0" نہیں بچتا۔

(ii) نقطہ اعشاریہ کے بعد ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار نہیں آرہا جیسا کہ ناطق اعداد کی صورت میں ہوتا ہے۔

مثلاً $\frac{2}{3} = 0.6666$

$\frac{22}{7} = 3.1428571428571 \ldots\ldots\ldots$

یاد رکھیے اگر کسی عدد کا مربع عدد x نہ ہو تو $\sqrt{X}$ ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

مثال 2: 2.5 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

```
          1.58........
       ┌──────────────────
1      │ 2.50000000
       │-1
2.5    │ 1.50
       │-1.25
3.08   │ 0.2500
       │- .2464
3.16   │ 0.00360000
       ├──────────────────
       │  ..........
       │  ..............
```

$\sqrt{2.5} = 1.58$

اس قسم کے اعداد کا جذر نکالتے وقت حاصل تقسیم کو چند مراتب اعشاریہ تک محدود کر دیا جاتا ہے۔ یہاں پر ہم 3 مراتب اعشاریہ تک جواب معلوم کریں گے۔

ذہن میں رکھیے:

> کسی عدد کے جذر کو تین مراتب اعشاریہ تک محدود رکھنے کے لیے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ کے بعد تین ہندسوں تک تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے۔ چوتھا ہندسہ اگر 5 سے کم ہو تو اسے حذف کر دیا جاتا ہے اور اگر 5 یا 5 سے بڑا ہو تو تیسرے ہندسے میں 1 جمع کر کے چوتھا ہندسہ حذف کر دیا جاتا ہے
>
> $\sqrt{2} = 1.414\sout{2135}\ldots\ldots \approx 1.414$
>
> $\sqrt{7} = 2.646\sout{75} \approx 2.646$

مثال 3: 0.257960 کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

حل:

اس کسر اعشاریہ میں صرف کسری حصہ ہے اور اسکا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کرنا ہے۔ اس لیے اس کے کسری حصے میں تین جوڑے بائیں سے دائیں طرف بنائیں گے۔

```
          0.5078
       ┌──────────────────
.5     │ 0.25796000
       │-0.25
1.007  │ 0.007 960
       │-0.007049
1.0148 │ 0.000911 00
       │-0.00081184
       │      9916
```

پس $\sqrt{0.257960} \approx 0.508$

مشق 5.4

مندرجہ ذیل کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

1.	2	2.	3	3.	5
4.	7	5.	11	6.	5.3

مندرجہ ذیل کا جذر دو مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

7.	3.6	8.	6.4	9.	28.9
10.	64.34	11	816.081	12.	36.008

5.5 جذر کے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1: 1225 طلبا ایک میدان میں اسطرح کھڑے ہوئے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طلبا ہیں جتنی قطاریں ہیں۔ ہر قطار میں طلبا کی تعداد معلوم کریں۔

حل: چونکہ قطار میں طلبا کی تعداد اتنی ہی ہے جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ اسے لیے 1225 کا جذر معلوم کرنا ہے۔

آئیں 1225 کا جذر معلوم کریں۔

```
        35
    ┌──────
 3  │ 1225
    │ -9
    ├──────
 65 │  325
    │  325
    ├──────
    │    0
```

اس قطار میں طلبا کی تعداد 35 ہو گی۔

مثال 2: ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 18432 مربع میٹر ہے۔ کھیت کی چوڑائی اس لمبائی سے آدھی ہے اس کا احاطہ معلوم کریں۔

حل: چونکہ اسکی چوڑائی کھیت کی لمبائی سے آدھی ہے۔ اس لیے یہ مستطیل دو برابر مربعی علاقوں میں تقسیم کی جا سکتی ہے۔

اس لیے ہر مربعی علاقے کا رقبہ $= \frac{18432}{2}$

$=9216$ مربع میٹر



اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم 9216 کا جذر معلوم کریں گے۔

```
          96
     ┌───────
  9  │ 9216
     │ -81 ↓↓
     ├───────
 186 │  1116
     │  1116
     ├───────
     │     0
```

اس لیے مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 96 میٹر ہو گی۔

مستطیلی کھیت کی لمبائی $=96\times2$

$= 192$ میٹر

مستطیلی کھیت کا احاطہ $= 2(192+96)$

$= 2(288)=576$ میٹر

مشق 5.5

1. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
2. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اسکے گرد باڑ لگانے کے لیے کتنی تار کی ضرورت ہو گی؟
3. ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی اتنی ہی تعداد جتنی کے قطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟
4. ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے۔ اس کھیت کی لمبائی اسکی چوڑائی کا تین گنا ہے۔ اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔
5. ایک دائروی علاقہ کا رقبہ 616 مربع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)
6. ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دوگنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔
7. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس کو عدد 109087 میں سے تفریق کریں تو حاصل تفریق ایک مکمل مربع ہو۔
8. ایک دائروی میدان کو ہموار کرنے کا خرچ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے ہے۔ اس میدان کا رداس کیا ہو گا؟ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)
9. ایک مربعی کھیت میں ہل چلانے کا خرچ 2 روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
10. ایک مربعی لان کا رقبہ 62500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرداگرد تار لگانے کے لیے کتنی لمبی تار کی ضرورت ہو گی؟ تار کے لگانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر کیا ہو گا؟

معروضی سوالات

(i) درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔

(i) دو ہندسی اعداد کا جذر ایک ہندسی ہوتا ہے۔

(ii) ایک ہندسی عدد کا جذر بھی ایک ہندسی ہوتا ہے۔

(iii) 1024 کا جذر تین ہندسی عدد ہوگا۔

(iv) 625 کا جذر دو ہندسی عدد ہوگا۔

(v) کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لیے بائیں سے دائیں جوڑے بنائے جاتے ہیں۔

(vi) کسی کسر عام کا جذر اس کے شمار کنندہ کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

(vii) کسر عام کا جذر اس کے مخرج کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

(viii) کسر عام کے جذر میں اس کے شمار کنندہ کا جذر شمار کنندہ اور مخرج کا جذر مخرج ہی رہتا ہے۔

(ix) کسر اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لیے کسری حصے کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائے جاتے ہیں۔

(x) $\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔

(ii) تکمیلی سوالات

مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پر کریں۔

(i) 625 کے جذر میں ______ ہندسے ہیں۔

(ii) 103041 کے جذر میں ______ ہندسے ہیں۔

(iii) 16x81 کے جذر میں ______ ہندسے ہیں۔

(iv) $\sqrt{\frac{9\times16\times9}{144}}=$ ______

(v) $\sqrt{1.69}=$ ______

(vi) $\sqrt{\frac{4}{9}}\times\frac{\sqrt{9}}{2}=$ ______

(vii) $\sqrt{\frac{169}{256}}=$ ______

(viii) اگر کسی عدد کا مربع عدد x نہ ہو تو $\sqrt{x}$ ایک ______ عدد ہے۔

(ix) 1.44 کا صحیح عددی حصہ ______ ہوگا۔

(x) کسر اعشاریہ 0.666.... ایک ______ کسر عشاریہ ہے۔

(iii) مطابقت کے سوالات

کالم B کے جملوں سے مطابقت رکھنے والے کالم A کے جملوں کے متعلقہ نمبر کالم C میں خالی جگہ پر لکھیے۔

A		B	C
(i)	$\sqrt{2.25}$	(a) 12	______
(ii)	$\sqrt{25\times4}$	(b) 5	______
(iii)	$\sqrt{1\frac{9}{16}}$	(c) 1.125	______
(iv)	$\sqrt{\frac{9}{16}}$	(d) 1.25	______
(v)	$\frac{3\sqrt{9}}{\sqrt{64}}$	(e) 10	______
(vi)	$\sqrt{16+9}$	(f) 1.5	______
(vii)	$\sqrt{16}\times\sqrt{9}$	(g) .75	______

4. کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔

(i) 625 کے جذر میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(ii) $\sqrt{16\times4}$ برابر ہوگا۔

(a) 4 (b) 2 (c) 8 (d) 6

(iii) $\frac{\sqrt{1.96}}{100}$ برابر ہوگا۔

(a) 0.0014 (b) 1.4 (c) 0.14 (d) 0.014

(iv) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ برابر ہوگا۔

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{7}{4}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

(v) اگر ایک مربعی علاقے کا رقبہ $64m^2$ ہو تو اس کا احاطہ ہوگا۔

(a) 8m (b) 16m (c) 24m (d) 32m

(vi) $\sqrt{(25-16)\times 9}$ برابر ہوگا۔

(a) 3 (b) 5 (c) 4 (d) 9

(vii) $\sqrt{8}$ ایک ایسا عدد ہے جو کہ

(a) جفت ہے (b) طاق ہے (c) ناطق ہے (d) غیر ناطق ہے

(viii) $\frac{81}{4}$ کا جذر ایک ایسا عدد ہے جو کہ

(a) جفت ہے (b) طاق ہے (c) ناطق ہے (d) غیر ناطق ہے

(ix) مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد 0.75 کے برابر نہیں ہے؟

(a) $\frac{\sqrt{9}}{4}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (c) $\sqrt{9 \div 16}$ (d) $\sqrt{9+16}$

(x) مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد غیر ناطق ہے؟

(a) $\frac{3}{\sqrt{16}}$ (b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$ (c) $\sqrt{16 \div 9}$ (d) $\sqrt{16-9}$

یونٹ VI فیصد (Percentage)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- ❖ کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا۔
- ❖ فروخت در فرخت کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا اور دہری فروخت میں موازنہ کرنا۔
- ❖ انشورنس کا تصور، زندگی کی انشورنس اور گاڑی وغیرہ کی انشونس کے متعلقہ مسائل کا حل۔
- ❖ کل آمدنی و خالص آمدنی اور قابل ٹیکس آمدنی کا تصور۔
- ❖ کسی فرد کا انکم ٹیکس معلوم کرنا۔

پچھلی جماعتوں میں ہم فیصد اور نفع و نقصان کے سادہ مسائل حل کرنا سیکھ چکے ہیں۔
اس یونٹ میں ہم کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان پر تھوڑے مشکل مسائل کا حل نکالیں گے اور انشورنس اور انکم ٹیکس کے بارے میں بھی سیکھیں گے۔

6.1 نفع و نقصان (Profit and Loss)

ہم جانتے ہیں کہ

خالص نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

$$\%\text{نفع} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\%\text{نفع} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

مثال: اکرام نے ایک جائیداد 2,60,000 روپے میں خریدی اور 10 فیصد منافع پر بیچ دی اس کا خالص منافع معلوم کریں۔

حل:

قیمت خرید = 260,000 روپے

نفع = 10%

نفع % = $\frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

خالص نفع = $\frac{\text{نفع فیصد} \times \text{قیمت خرید}}{100}$

$\frac{260,000 \times 10}{100} = 26000$ روپے

6.2 کمیشن (Commission)

ہر تجارتی کمپنی اپنی مصنوعات دکانداروں یا کمیشن ایجنٹوں کے ذریعے فروخت کرتی ہے اور ان کو اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر مقررہ شرح فیصد کے حساب سے رعائت دیتی ہے۔ یہ رعائت کمیشن کہلاتی ہے۔

کمیشن کی ایک اور صورت بھی ہوتی ہے۔ جو کوئی ایجنٹ کسی پراپرٹی کو خریدنے والے اور بیچنے والے دونوں سے سودا طے کروانے کے عوض وصول کرتا ہے اور اس کی شرح خریدار، فروخت کار اور ایجنٹ تینوں کی باہمی رضامندی سے مقرر ہوتی ہے۔

مثال 1: ایک صنعت کار ایک دکاندار کو اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر 10% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں بقایا رقم پر 6% کمیشن دیتا ہے۔ جس چیز کی لکھی ہوئی قیمت 1500 روپے ہو تو دکاندار کو نقد ادائیگی کتنی کرنی پڑے گی؟

حل:

@ کو "کی شرح سے" پڑھتے ہیں۔

لکھی ہوئی قیمت = 1500 روپے

کمیشن @ 10% = $\frac{10 \times 15\ 00}{100} = 150$ روپے

بقایا رقم = $1500 - 150 = 1350$ روپے

نقد ادائیگی پر مزید کمیشن = $\frac{6}{100} \times 1350 = 81$ روپے

نقد ادائیگی = $1350 - 81$ روپے

= 1269 روپے

مثال 2: ایک پراپرٹی ڈیلر نے ایک مکان کا سودا 6,00,000 روپے میں طے کروایا اور بیچنے والے اور خریدنے والے دونوں سے 1% کمیشن وصول کی۔ بتایے بیچنے والے نے کیا قیمت حاصل کی؟ خریدار نے کتنی قیمت ادا کی؟ ڈیلر کو کتنی کمیشن ملی؟

حل:

مکان کی قیمت = 6,00,000 روپے

ڈیلر کی کمیشن @ 1% = $\frac{1 \times 6\ 00000}{100} = 6000$ روپے

فروخت کار کی رقم = 600000-6000

= 594000 روپے

خریدار کی ادا کردہ رقم = 600000 + 6000

= 606000 روپے

ڈیلر کی کل کمیشن = 6000+6000

= 12000 روپے

کیونکہ ڈیلر نے دونوں طرف سے 1% کمیشن کاٹی

مشق 6.1

1. ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر دوکانداروں کو 15% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں بقایا رقم پر 5% مزید کمیشن دیتا ہے ایک چیز کی قیمت 1200 روپے لکھی ہو تو دوکاندار کتنی قیمت ادا کرے گا؟
2. ایک چیز کی لکھی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15% کمیشن ہو تو کمیشن کی رقم معلوم کیجیے اور رعائتی قیمت بھی معلوم کیجیے۔
3. ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کیے اور 1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔
4. ایک کمیشن ایجنٹ نے ایک مکان 3,50,000 روپے میں فروخت کروایا اور اس نے خریدار اور فروخت کار دونوں سے 2% کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم ملی۔ خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟
5. اسلم ایک دوکان پر سیلز مین ہے۔ اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1% کمیشن اس کی سیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4,50,000 روپے کا سامان فروخت کیا ہو تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

6. ایک ایجنٹ نے ایک زمیندار کی 1,20,000 روپے کی گندم فروخت کی اور 5% کمیشن کمائی۔ ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

7. ایک صنعت کار 15000 روپے کی سیل پر 15% کمیشن دیتا ہے اور 15000 سے زیادہ جتنی سیل ہو اس پر 20% کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایجنٹ نے 26500 روپے کی اشیا فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

8. ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11,00,000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو 10% منافع دے کر عمر کے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ $1\frac{1}{2}\%$ سے کاٹے تو فروخت در فروخت میں اس نے کتنے روپے کمائے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ رشید کو کتنی رقم ملی؟ عمر نے کتنی رقم ادا کی؟

9. انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچنے پر 12% کمیشن وصول کی اگر اس نے 10,05,600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائیے۔

6.3 بیمہ (انشورنس) کا تصور (Concept of Insurance)

انشورنس دو پارٹیوں کے درمیان ایک ایسا سمجھوتہ ہے جس میں ایک آدمی یا ایک پارٹی کسی کمپنی کو ماہانہ، سہ ماہی یا سالانہ اقساط کی صورت میں کچھ رقم چوری، نقصان یا حادثاتی اموات جیسے خطرات کے پیش نظر ادا کرتی ہے۔ جبکہ انشورنس کمپنی حادثاتی موت، نقصان یا طے کردہ مخصوص مدت کے پورے ہونے کی صورت میں مقررہ کردہ رقم واپس کردیتی ہے۔

یہ سمجھوتہ بیمہ پالیسی (Insurance Policy) کہلاتا ہے

اقساط اس کا پریمیم (Premium) کہلاتی ہیں۔

طے کردہ مخصوص مدت، تکمیلی مدت (Maturity period) کہلاتی ہے۔

کمپنی مقرر کردہ مدت پوری ہونے کی صورت میں پوری ادا کردہ رقم کے ساتھ منافع بھی ادا کرتی ہے جو کہ بونس (Bonus) کہلاتا ہے۔ انشورنس مختلف قسم کی ہوتی ہے۔ کچھ اقسام کے بارے میں یہاں پڑھتے ہیں۔

مثال کے طور پر

(i) زندگی کا بیمہ (Life Insurance)

(ii) گاڑی یا جائیداد کا بیمہ (Vehicle or Property Insurance)

(i) زندگی کا بیمہ

زندگی کے بیمہ میں پارٹیوں کے درمیان تکمیلی مدت طے ہو جاتی ہے جس کے ختم ہونے پر کمپنی کو وصول کردہ رقم بمعہ منافع اور بونس بیمہ دار کو ادا کرنی ہوتی ہے یا پھر اچانک موت یا حادثہ کی صورت میں ادا کرنی ہوتی ہے۔

بیمہ پالیسی بڑھاپے یا معذوری کے لیے بھی خریدی جاسکتی ہے۔

پریمیم کی رقم بیمہ دار کی آمدنی کے 10 فیصد سے لے کر 50 فیصد تک ہو سکتی ہے۔

ذیل میں ماہانہ، سہ ماہی، اور سالانہ پریمیم کی رقم طے کرنے کے بارے میں مثال دی گئی ہے۔

مثال 1: ایک بیمہ دار جس کی عمر نزدیک ترین سالگرہ پر 30 سال ہے۔

فرض کیا اس کی پالیسی کی کل رقم 1,00,000 روپے ہے۔

سالانہ پریمیم کی رقم کل رقم 4.842 فیصد ہے۔

ششماہی پریمیم کی رقم سالانہ پریمیم کا 52 فیصد ہے۔

سہ ماہی پریمیم کی رقم سالانہ پریمیم کا 27 فیصد ہے۔

ماہانہ پریمیم کی رقم سالانہ پریمیم کا 9 فیصد ہے۔

پہلا سالانہ پریمیم بشرح 4.842% $= \frac{4.842}{100} \times 100,000 = 4842$ روپے

پالیسی فیس بشرح .25% $= \frac{.25}{100} \times 100,000 = 250$ روپے

سالانہ پریمیم = 5092 روپے

بعض اوقات پالیسی فیس کی حد مقرر کر دی جاتی ہے مثلاً یہ زیادہ سے زیادہ 200 روپیہ ہوگی۔ جس کا مطلب یہ ہوگا کہ اگر کل رقم کا 0.25% رقم 200 روپے سے زیادہ بھی ہوگا تو بھی 200 روپے ہی ادا کرنا ہوگا۔

فرض کیا کہ پالیسی فیس 250 روپے کی بجائے 200 روپیہ ہی ہے تو پیچھے دی گئی مثال میں

پہلا پریمیم $= 4842 + 200$

$= 5042$ روپے

ششماہی پریمیم $= \frac{52}{100} \times 5042 = 2621.84$

$\simeq 2622$ روپے

سہ ماہی پریمیم $= \frac{27}{100} \times 5042 = 1361.134$

$\simeq 1361$ روپے

ماہانہ پریمیم $= \frac{9}{100} \times 5042 = 453.78$

$\simeq 454$ روپے

یاد رکھیں:

> پالیسی کا پریمیم اور تکمیل مدت دونوں ہی بیمہ کروانے والے کی عمر کے لحاظ سے کمپنی کے قوانین کے تحت جامد ہوتے ہیں۔ عمومی طور جیسے جیسے بیمہ دار کی عمر بڑھتی ہے تکمیلی مدت میں اسی شرح سے کمی ہوتی رہتی ہے۔

آیئے اب مثال پر جو کہ زندگی کی بیمہ پالیسیوں کی افادیت کو ظاہر کرتی ہے پر غور کرتے ہیں۔

مثال 2:

بیمہ دار کی عمر بوقت انشورنس = 30 سال

تکمیل مدت = 25 سال

پالیسی کی رقم = 100,000 روپے

شرح پریمی = 3.78%

پہلا پریمیم $= \frac{3.78}{100} \times 100,000 = 3780$ روپے

پالیسی فیس بشرح 2% $= \frac{2}{1000} \times 100,000 = 200$ روپے

خاندان کی آمدنی کا معاہدہ بشرح 0.557% $= \frac{0.557}{100} \times 100,000 = 557$ روپے

کل ادا شدہ رقم = 4537 روپے

خاندان کی آمدن کے معاہدہ کی صورت میں بیمہ دار کو کچھ اضافی پریمیم کمپنی کے قوانین کے مطابق ادا کرنا پڑتا ہے۔
بیمہ دار کی ایک سال کی مدت میں فوتگی کی صورت میں اس کے خاندان کو اضافی ادا شدہ پریمیم کی بنا پر مندرجہ ذیل رقم کی ادائیگی کی جائے گی۔

رقم پالیسی = 100,000 روپے

بونس بشرح 4.2% = 4,200 روپے

104,200 روپے

مندرجہ بالا رقم کے علاوہ خاندان کو 10,000 روپے سالانہ 24 سال تک ملتے رہیں گے۔

پس کل رقم جو بیمہ دار کے خاندان کو ملے گی۔

1,04,200 روپے + 2,40,000 روپے = 3,44,200 روپے

جبکہ اس نے صرف 4537 روپے ادا کیے۔

بصورت دیگر پالیسی کی تکمیلی مدت کی صورت میں اس کو مندرجہ ذیل پالیسی کی رقوم کی ادائیگی ہوگی۔

پالیسی کی رقم کی شرح سے = Rs100,000

بونس 4.2% کی شرح سے 25 سال کے لیے $= \text{Rs}\frac{4.2}{100} \times 100,000 \times 25$

= Rs4200x25

= Rs 105000

تکمیلی بونس 1.4% کی شرح سے 20 سال کے لیے $= \text{Rs}\frac{1.4}{100} \times 100000 \times 20$

= Rs28,000

اختتامی بونس 1.5% کی شرح سے 20 سال کے لیے $= \text{Rs}\frac{1.5}{100} \times 100,000 \times 20$

= Rs30,000

خاندان کا آمدنی بونس 20 سال کے لیے $= \text{Rs}\frac{0.75}{100} \times 100,000 \times 20$

= Rs15,000

کل رقم جو بیمہ دار کو ملے گی = Rs (100,000+105000+28,000+30,000+15000)

= Rs278.000

جبکہ بیمہ دار نے پریمیم کی صورت میں جو رقم ادا کی = 4537x25= Rs 113425

> نوٹ: بونس کئی قسم کے ہوتے ہیں۔ جیسے اختتامی بونس، خاندان کی آمدنی کا بونس وغیرہ، جن کی شرح مختلف کمپنیوں نے مختلف رکھی ہوتی ہے۔ یہ تمام منافع کی قسمیں ہیں۔

مشق 6.2

1. ریمیم کی رقم مندرجہ ذیل شرحوں کے مطابق معلوم کی جاتی ہے۔

سالانہ ریمیم = پالیسی رقم کا 4.5%

پالیسی فیس پالیسی رقم کا 25%.+

یا زیادہ سے زیادہ 200 روپے

ششماہی پریمیم = سالانہ پریمیم کا 52%

سہ ماہی پریمیم = سالانہ پریمیم کا 27%

ماہانہ پریمیم = سالانہ پریمیم کا 09%

پس پریمیم کی رقم کے لیے مندرجہ ذیل جدول مکمل کریں۔ یہ بھی بتایئے کہ اس نے کمپنی کو کل کتنی رقم ادا کی؟

رقم پالیسی	سالانہ پریمیم	ششماہی پریمیم	سہ ماہی پریمیم	ماہوار پریمیم
(i) 50,000 روپے				
(ii) 100,000 روپے				
(iii) 1,50,000 روپے				
(iv) 2,00,000 روپے				

-2 بیمہ دار کی دو سال کی مدت کے دوران فوتگی کی صورت میں وہ رقم معلوم کریں جو اس کے لواحقین کو ملے گی۔

اگر پالیسی کی رقم = 50,000 روپے

شرح پریمیم سالانہ = 4.2%

شرح پالیسی فیس = 0.3%

خاندان کی آمدنی کا معاہدہ = 0.6%

تکمیلی مدت = 22 سال

شرح بونس = 4.5%

اور 6000 روپے سالانہ کی آمدن کمپنی سے طے پائی ہے۔

(ii) گاڑی/پراپرٹی کی انشورنس

بعض اوقات کچھ لوگ اپنی گاڑیوں اور جائیداد کی انشورنس چوری، آگ یا حادثہ کی صورت میں نقصان کے ازالہ کے لیے کرواتے ہیں۔ اثاثے کی کل قیمت یا جزوی قیمت پر کسی پریمیم کی شرح فیصد سے کمپنی کے قوانین کی روشنی میں کسی خاص مدت کے لیے بیمہ کروا لیا جاتا ہے۔

یاد رکھیے:

پریمیم سالانہ کی بنیاد پر لیا جاتا ہے۔

آیئے اب گاڑیوں اور پراپرٹی کی انشورنس کے متعلق کچھ سوالات حل کریں۔

مثال 1: ایک شخص نے اپنی گاڑی کی انشورنس 3.6% سالانہ شرح سے کروائی۔ اس نے پہلے پریمیم کے طور پر 12206 روپے ادا کیے۔ اس کی گاڑی کی مالیت معلوم کریں جبکہ اس نے 200 روپے بطور سروس چارجز ادا کیے۔

حل:

فرض کیا گاڑی کی کل مالیت = X روپے

کل رقم بطور پریمیم ادا کی = 12206 روپے

رقم جو سروس چارجز کے طور پر ادا کی = 200 روپے

پریمیم کی بقایا رقم = -200 روپے

= 12006 روپے

پس $\frac{3.6}{100}x = 12006$

$= \frac{12006 \times 100}{3.6}$

$= \frac{12006x100x10}{3.6}$

پس کار کی قیمت = 333,500 روپے

مثال 3: ایک جائیداد کی مالیت 500,000 روپے اس کی انشورنس 5 فیصد کے حساب سے 6 سال کے لیے کروائی۔ اس کی مالیت میں 10% سالانہ کمی ہوتی ہے اگر دو سال کے بعد جائیداد تباہ ہو جائے تو بیمہ دار کتنے نقصان سے بچ گیا؟

حل:

جائیداد کی قیمت = 500,000 روپے

پریمیم کی شرح = 5%

تکمیلی مدت = 6 سال

پہلا پریمیم = $\frac{5}{100} \times 500,000 = 25000$ روپے

مالیت میں کمی = $\frac{10}{100} \times 500,000$ روپے = 50,000 روپے

کم شدہ مالیت = (500,000-50,000 روپے = 450,000 روپے

دوسرا پریمیم = $\frac{5}{100} \times 450,000$ روپے = 22500 روپے

پریمیم کے طور پر ادا کی گئی کل رقم = (25000+22500) روپے

= 47500 روپے

کلیم کی رقم = 500,000 روپے

نقصان میں بچت (500,000-47500) روپے

= 452500 روپے

نوٹ: عام طور پر سروس چارجز بھی پریمیم میں شامل ہوتے ہیں۔ لیکن یہاں پر ہم سروس چارجز کے بغیر والی پالیسیوں پر بحث کریں گے۔

مشق 6.3

1. فاروق نے ایک انشورنس پالیسی برائے کاڑی مالیتی 8,50,000 روپے میں 4.25% سالانہ کی شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پریمیم ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی کلیم داخل نہ کیا ہو جبکہ مالیت میں کمی 10% ہے؟

2. فرقان نے ایک کاڑی مالیتی 7,50,000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس 3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصہ کے لیے کروائی اس نے کل کتنی رقم کاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ 100,000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کیے ہوں جبکہ مالیت میں کمی 10% سالانہ ہے؟

3. فریال نے اپنی کاڑی کی ایک انشورنس پالیسی 3.25% سالانہ کی شرح سے 3 سال کی مدت کے لیے کروائی۔ اس کا پہلا پریمیم 26000 روپے ہے۔ اس کی کاڑی کی مالیت کیا ہوگی؟ اس کا دوسرا اور تیسرا پریمیم بھی معلوم کریں۔

4. عمر خیام نے اپنے گھر مالیتی 75,00,000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لیے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پریمیم ادا کیا جبکہ مکان کی مالیت میں 10% سالانہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟

5. شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس 3% سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لیے کروائی۔ جبکہ مالیت میں کمی کی شرح 5% ہے۔ اگر اس نے پہلا پریمیم 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000,000 روپے کا کلیم وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالیت کا فائدہ حاصل ہوا؟

6. عمران نے ایک چالو کاروبار 10,00,000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 2.5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لیے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500,000 روپے کا کلیم وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر ادا شدہ پریمیم کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

6.4 کل آمدن (Gross Income)

کل آمدن سے مراد ایسی آمدن ہے جو ایک شخص مختلف مدات مثلاً تنخواہ الاؤنس، خصوصی تنخواہ وغیرہ کے مجموعے کے طور پر ایک سال کے عرصے کے دوران وصول کرتا ہے۔

6.5 خالص آمدن (Net Income)

خالص آمدن وہ آمدن ہے جو کل آمدن میں سے بہبود فنڈ، زکوٰۃ، کوئی اور چھوٹ وغیرہ کی رقم منہا کرکے حاصل ہوتی ہے۔

6.6 ٹیکس (Tax)

ٹیکس وہ رقم ہے جو حکومت عوام سے ان کو دفاع، تعلیم، ہسپتال، سڑکیں، پارکس وغیرہ کی سہولیات بہم پہنچانے کے لیے وصول کرتی ہے۔

ٹیکس کی مختلف اقسام ہیں مثلاً انکم ٹیکس، پراپرٹی ٹیکس، دولت ٹیکس وغیرہ۔

6.7 انکم ٹیکس (Income Tax)

انکم ٹیکس ایک شخص کی آمدن ایک خاص حد سے بڑھنے پر لگایا جاتا ہے انکم ٹیکس کی شرح کے قوانین حکومت وقتاً فوقتاً جاری کرتی رہتی ہے۔

آمدن کی کچھ مدات کو حکومت وقت انکم ٹیکس سے مستثنیٰ قرار دیتی ہے۔ مثلاً الاؤنس، ہاؤس رینٹ، ریبیٹ (چھوٹ)، خصوصی تنخواہ وغیرہ۔

ریبیٹ وہ رقم ہے جس پر ٹیکس کی چھوٹ ہوتی ہے
ریبیٹ_ خالص آمدن = قابل ٹیکس آمدن

انکم ٹیکس معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

مثال 1: انکم ٹیکس کی رقم معلوم کریں اگر ایک شخص کی ماہوار آمدنی 6500 روپے ہو۔ جبکہ ٹیکس کی شرح 5% اور ریبیٹ کی رقم 50,000 روپے ہو۔

حل:

ماہوار آمدنی	=	6500 روپے
سالانہ آمدنی	=	6500×12=78,000 روپے
ٹیکس میں ریبیٹ	=	50,000 روپے
قابل ٹیکس آمدن	=	78000-50000
	=	28,000 روپے
انکم ٹیکس 5% کی شرح سے	=	$\frac{5}{100} \times \frac{28000}{1}$
	=	1400 روپے

پس 1400 روپے بطور انکم ٹیکس ادا کیا جائے گا۔

مثال 2: ایک شخص کا انکم ٹیکس 12.5% کی شرح سے معلوم کریں۔ جس کی خالص سالانہ آمدنی 1,78,000 روپے ہے جبکہ ٹیکس میں ریبیٹ 80,000 روپے ہو۔

حل:

سالانہ آمدنی = 178,000 روپے

ٹیکس میں ریبیٹ = 80,000 روپے

قابل ٹیکس آمدنی = 178000-80000=98000 روپے

انکم ٹیکس 12.5% کی شرح سے = $\frac{125}{10 \times 100} \times \frac{98000}{1} = 12250$ روپے

مثال 4: ایک شخص کی سالانہ آمدنی روپے 2,85,000 ہے۔ اس کا انکم ٹیکس معلوم کریں۔ اگر اس نے 7125 روپے بطور زکوۃ اور 2000 روپے دولت ٹیکس کے طور پر ادا کیے ہوں۔ جبکہ ریبیٹ کی رقم 80,000 روپے ہو جبکہ انکم ٹیکس کی شرح حسب ذیل ہو۔

پہلے 150,000 روپے پر ٹیکس 7.5%

150000 روپے سے 300000 روپے تک پر ٹیکس 12.5%

حل:

کل سالانہ آمدنی = 285000 روپے

دولت ٹیکس = 2000 روپے

زکوٰۃ = 7125 روپے

قابل ٹیکس آمدنی = 285000-(2000+7125) روپے

= (285000 -9125) روپے

= 275875 روپے

چھوٹ = 80000 روپے

قابل ٹیکس آمدنی = (275875-80000) روپے = 195875 روپے

پہلے 70,000 پر ٹیکس = $\frac{7.5}{100} \times 70{,}000 = 5250$ روپے

بقایا قابل ٹیکس آمدنی = (195875-70,000)=125875 روپے

بقایا رقم پر ٹیکس = $\frac{12.5}{100} \times 125875$ روپے

= $\frac{1}{8} \times 125875$ روپے

= 15734.375 روپے

= 15734 روپے تقریباً

ٹیکس کی کل رقم = (5250+15734) روپے

= 20984 روپے

پاکستان کے ایک مالی سال کے بجٹ میں تجویز کردہ انکم ٹیکس کا ٹیبل

سالانہ آمدنی	شرح ٹیکس
80.000 تک قابل ٹیکس آمدنی	0%
80,000 سے 150,000 تک قابل ٹیکس آمدنی	7.5%
150,000 سے 300,000 تک قابل ٹیکس آمدنی	12.5%
300,000 سے 400,000 تک قابل ٹیکس آمدنی	20%
400,000 سے 700,000 تک قابل ٹیکس آمدنی	25%
700,000 سے اوپر قابل ٹیکس آمدنی	35%

یاد رکھیے:

جتنی آمدنی پر ٹیکس 0 ہے وہ ریبیٹ ہے۔

مشق 6.4

-1 مندرجہ ذیل جدول کو مختلف آمدنی کے درجات کے مطابق مکمل کریں۔ جبکہ انکم ٹیکس مندرجہ بالا جدول میں دی گئی شرحوں کے مطابق معلوم کیا جائے گا۔

	ماہانہ آمدنی	سالانہ آمدنی	ٹیکس چھوٹ	ریبیٹ 0.2%	قابل ٹیکس آمدنی	انکم ٹیکس
(i)	Rs 23530					
(ii)	Rs17890					
(iii)	Rs24500					
(iv)	Rs12000					
(v)	Rs10500					
(vi)	Rs40,000					
(vii)	Rs50,000					
(viii)	Rs65,000					
(ix)	Rs75,000					
(x)	Rs100,000					

معروضی سوالات

-1 درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔

(i) قیمت خرید - قیمت فروخت = خالص نفع

(ii) منافع + قیمت خرید = قیمت فروخت

(iii) $\text{نفع}\% = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت فروخت}} \times 100$

(iv) $\text{نقصان}\% = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

(v) کسی شے کی لکھی ہوئی قیمت پر رعائیت کمیشن کہلاتی ہے۔

(vi) کمیشن ایجنٹ کسی جائیداد کی فروخت پر ایک ہی پارٹی سے کمیشن وصول کر سکتا ہے۔

(vii) کسی کاری یا جائیداد کی زندگی کا بیمہ کرایا جاتا ہے۔

(viii) بیمہ دار سے پہلا پریمیم صرف ایک ماہ کا لیا جاتا ہے۔

(ix) مدتک کی تکمیل تک بیمہ دار نے اگر کوئی رقم واپس نہ لی ہوئی ہو تو اس کی دی گئی رقم ضائع جاتی ہے۔

(x) انکم ٹیکس خالص آمدنی پر ہی لگایا جاتا ہے۔

تکمیل سوالات

خالی جگہ موزوں ترین اعداد/الفاظ سے پر کریں۔

(i) منافع کی صورت میں قیمت فروخت قیمت خرید سے ________ ہوتی ہے۔

(ii) نقصان کی صورت میں قیمت خرید، قیمت فروخت سے ________ ہوتی ہے۔

(iii) اگر ایک دکاندار 2 چیزوں کے بدلے 1 مفت دے تو خریدار کو ______ فی صد بچت ہوگی۔

(iv) اگر ایک چیز کی درج شدہ قیمت 600 روپے پر رعائیت 15% ہو تو رعائیتی قیمت ______ ہوگی۔

(v) اگر ایک دکاندار نے اصل قیمت 500 روپے کو کاٹ کر 450 روپے رعائیتی قیمت درج کی ہو تو دکاندار نے ______ فی صد ریبیٹ دی۔

(vi) بیمہ دار کی عمر بڑھنے کے ساتھ تکمیلی مدت میں ______ ہوتی ہے۔

(vii) بیمہ دار کو کاڑی انشورنس پالیسی کے آخری سال میں ______ پریمیم ادا کرنا پڑتا ہے۔

(viii) بیمہ دار کو انشورنس پالیسی کے پہلے سال کا ______ پریمیم ادا کرنا پڑتا ہے۔

(ix) جائیداد کی خرید و فروخت میں مدد دینے والے شخص کو ادا کی گئی رقم ______ کہلاتی ہے۔

(x) 5 لاکھ روپے میں فروخت ہونے والے مکان پر 2% کے حساب سے کمیشن ایجنٹ کو ______ روپے ملیں گے۔

.2 مختصر جوابی سوالات (خود کریں)

(1 پریمیم کی تعریف کریں۔

(2 تکمیلی مدت کی وضاحت کریں۔

(3 انکم ٹیکس کی تعریف کریں۔

(4 خالص آمدن کی تعریف کریں۔

(5 ریبیٹ کسے کہتے ہیں۔

(6 انشورنس کی تعریف کریں نیز اس کی اقسام بیان کریں۔

.4 کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔

(i) 100 کا 100 فی صد برابر ہوگا۔ ________

(a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

(ii) 20 کا جذر20 برابر ہوگا۔ ________

(a) 20 (b) 40 (c) 4 (d) 10

(iii) 20 کے 20% کا 20% برابر ہوگا۔ ________

(a) 20 (b) 4 (c) 8 (d) 0.8

(iv) ایک پراپرٹی ڈیلر نے 15 لاکھ میں ایک مکان کا سودہ کروایا اور 1% دو طرفہ کمیشن طے کی۔

(a) 15,000 روپے (b) 30,000 روپے (c) 10,000 روپے (d) 20,000 روپے

(v) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات پر لکھی ہوئی قیمت پر دکانداروں کو 10% کمیشن دیتا ہے اور نقد ادائیگی کی صورت میں بقایا رقم پر 5% کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت 1000 روپے ہے۔ نقد ادائیگی پر اس کی قیمت ________ ہوگی۔

(a) 900 روپے (b) 850 روپے (c) 800 روپے (d) 855 روپے

(vi) ایک پراپرٹی ڈیلر 100,000 روپے کی جائیداد کو 3 مرتبہ 1% کمیشن پر ہر گاہک کو 100,000 روپے میں ہی فرخت کرے اور دونوں طرف سے کمیشن وصول کرے تو اس کی کل کمیشن ہوگی۔ ________

(a) 3000 (b) 6000 (c) 4000 (d) 5000

(vii) ایک دکاندار 4 چیزوں کے ساتھ ایک چیز مفت دے تو گاہک کو فائدہ ہوگا۔ ________

(a) 25% (b) 20% (c) 15% (d) 33%

یونٹ VII — الجبرا (Algebra)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- خطوط وحدانی پر مشتمل الجبری کا اختصار
- الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا
- درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی جمع و تفریق
- درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب
- درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی درجہ 2 تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم
- درج ذیل کلیات اخذ کرنا

(i) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(ii) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

(iii) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

- درج ذیل طرز کے الجبر جملوں کی تجزی کرنا

☆ $a^2 \pm 2ab + b^2$ ☆ $ka + kb + kc$

☆ $x^2 \pm px \pm q$ ☆ $a^2 - b^2$

دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کا تصور

- دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کی مترادف مساوات کا تصور
- ہمزاد مساواتوں کا حاصل

$$a_1x + b_1y = c_1$$

جبکہ $(a_1b_2 + a_2b_1 \neq 0)$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

- دو ہمزاد مساواتوں کے ذریعے روز مرہ زندگی سے متعلقہ سوالات حل کرنا

پچھلی جماعتوں میں ہم نے الجبری جملوں، ہم قسم اور غیر ہم قسم رقوم، آسان الجبر جملوں اور کثیر رقمیوں کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کرنا سیکھا۔

آیئے اب ان کے بارے میں مزید سیکھیں۔

7.1 بریکٹ والے الجبری جملوں کا اختصار

(Simplifying Algebraic Expressions Involving Brackets)

جیسا کے حساب میں بریکٹ اندر والی تمام رقوم ایک ہی مقدار کو ظاہر کرتی ہیں۔ اسی طرح الجبر میں جملوں کے اختصار کے لیے بریکٹوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

بریکٹ کی درج ذیل اقسام عام طور پر زیرِ استعمال ہیں۔

1. قطعہ خط (Vinculum) ______
2. قوسی بریکٹ (Parenthesis) ( )
3. دندے دار بریکٹ (Braces) { }
4. مربعی بریکٹ (Square brackets) [ ]

جس الجبری جملے میں بریکٹ لگے ہوں اسے مختصر کرنے کے لئے ضروری ہے کہ بریکٹ ہٹائے جائیں۔
بریکٹ ہٹانے کیلیے مندرجہ ذیل قوانین استعمال کیے جاتے ہیں۔

(i) اگر دو یا دو سے زیادہ قسم کے بریکٹ ہو تو اندرونی بریکٹ کو سب سے پہلے ختم کیا جائے گا۔ پس
پس ______، ( )، { } اور [ ] کو بالترتیب ختم کیا جاتا ہے۔

(ii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے + کی علامت ہو تو جملہ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں
مثلاً $3x^2 + (5x - x^3) = 3x^2 + 5x - x^3$

(iii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے ___ کی علامت ہو تو بریکٹ کے اندر ہر رقم کی علامت تبدیل (+ سے -- اور -- سے +) کر کے بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں۔
مثلاً $2x^2 - (x - y) = 2x^2 - x + y$

(iv) اگر کوئی مقدار بریکٹ سے پہلے لکھی ہو تو اس مقدار کو بریکٹ کے اندر ہر رقم سے ضرب دی جاتی ہے۔ مثلاً $a(x + y) = ax + ay$

(v) اگر دو بریکٹوں کے درمیان +، -- یا ÷ میں سے کوئی بھی علامت نہ ہو تو اس کا مطلب ہے کہ دونوں جملوں کو آپس میں ضرب دی جائے گی۔
مثلاً $(a + b)(x + y)$ کا مطلب ہے۔

$x+y$ اور $a+b$ کی آپس میں ضرب

مثال 1: جملہ $7x-(5x-4y)-\overline{6x+8y-5x}$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $7x-(5x-4y)-\overline{6x+8y-5x}$

$7x-(5x-4y)-6x+8y-5x = 7x(5x-4y)-x+8y$ ایک جیسی رقوم اکٹھا کرنے سے

______ ہٹانے سے $=7x-(5x-4y)-x-8y$

( ) ہٹانے سے $=7x-5x+4y-x-8y$

ایک جیسی رقوم اکٹھا کرنے سے $=(7-5-1)x+(4-8)y$

$=x-4y$

مثال 2: جملہ $x-2y-[4x-6y-\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $x-2y-[4x-6y-\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$

______ ہٹانے سے $= x-2y-[4x-6y-\{3x-z+2(2x-4y+z)\}]$

( ) ہٹانے سے $= x2y-[4x-6y-\{3x-z+4x-8y+2z\}]$

{} میں ایک جیسی رقوم اکٹھی کرنے سے $= x2y-[4x-6y-\{7x+z-8y\}]$

{} ہٹانے سے $= x2y-[4x-6y-7x-z+8y]$

ایک جیسی رقوم اکٹھا کرنے سے $= x2y-[-3x+2y-z]$

[] ہٹانے سے $= x2y+3x-2y+z$

ایک جسی رقوم اکٹھا کرنے سے $=4x-4y+z$

مشق 7.1

مختصر کیجیے۔

1. $5x-(7z-8y)-\overline{3x+5y-4z}$
2. $x-2y-(x-2z)-\{2y-x-(2z+x)\}$
3. $x-y-\{x-y-(x+y)-\overline{x-y}\}$
4. $a-2b-\{2a-4b-(3a+c)+(2a-b-5c)\}$
5. $a^2-[a^2-\{a^2-(b^2-\overline{c^2+a^2})-b^2\}-b^2]$

6. $a-[(2-a)-\{3-(a-a^2)\}-a-(a^2-a^3)]$

7. $-x-[3-(x-\overline{3-x})+\{x+(3-\overline{x-3})\}]$

8. $3x^2-2(y^2-\overline{x^2-z^2})-3\{(x^2-y^2+z^2)-\overline{x^2-y^2}\}$

9. $2x-3[\{3x-(x-y-3)\}+5\{4x-2(3y-\overline{4+x})\}]$

10. $64-5[-13x-7\{-19x+4(17x-15x-6)\}]$

7.2 الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا

(Evaluating Algebraic Expressions)

ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں (حقیقی اعداد) درج کیے جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

مثلاً اگر جملہ $2x+5$

میں $x=4$ رکھیں تو $2x+5=2(4)+5$

$=8+5=13$

پس $x=4$ ہو تو جملہ $2x+5$ کی قیمت 13 ہے۔

مثال 1: اگر $x=3$ تو جملہ x^2+2x+1 کی قیمت معلوم کریں۔

حل: جملہ میں x کی جگہ 3 رکھنے سے

$$X^2+2x+1=3^2+2(3)+1=9+6+1=\boxed{16}$$

پس $x=3$ ہو تو x^2+2x+1 کی قیمت 16 ہو گی۔

مثال 2: $3(1-x^2)-2\{x^3-(3-2x^2)\}$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $x=2$

حل: جملہ کو پہلے مختصر کریں گے۔

$$3(1-x^2)-2\{x^3-(3-2x^2)\}=-3+3x^2-2\{x^3-3+2x^2\}$$
$$=-3+3x^2-2x^3+6-4x^2$$
$$=-2x^3-x^2+3 \qquad (1)$$

اب (1) میں $x=2$ درج کرنے سے۔

جملہ کی قیمت $=-2x^3-x^2+3=-2(2)^3-(2)^2+3$

$=16-4+3=\ -17$

مثال 3: اگر $z=\frac{1}{2}$ اور $y=\frac{1}{3}$، $x=-\frac{1}{4}$ ہو تو $\frac{x^3y^3+y^3z^3+z^3x^3}{x^3y^3z^3}$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: قیمتیں درج کرنے سے پہلے جملہ کو مختصر کریں گے۔

$$\frac{x^3y^3+y^3z^3+z^3x^3}{x^3y^3z^3}=\frac{x^3y^3}{x^3y^3z^3}+\frac{y^3z^3}{x^3y^3z^3}+\frac{z^3x^3}{x^3y^3z^3}$$

$$=\frac{1}{z^3}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3} \qquad (1)$$

$$x=-\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{1}{x}=-4,\ y=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{1}{y}=3,\ z=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{z}=2$$

اب $\frac{1}{x}$، $\frac{1}{y}$ اور $\frac{1}{z}$ کی قیمتیں (1) میں رکھنے سے

جملہ کی قیمت $=2^3+(-4)3+3^3$

$=8-64+27=-29$

مشق 7.2

(i) اگر $x=3$، $y=2$ اور $z=1$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $10xy+6yz7zx$ (ii) $y^2+z^2-x^2+2yz$

(iii) $x^3+y^3+z^3-3xyz$ (iv) $x(y+z)+y(z+x)+z(x+y)$

(v) $xy(yz+zx)+yz(zx+xy)$ (vi) $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}$

(vii) $\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y}$ (viii) $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}$

(xi) $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ (x) $\frac{y^2+z^2}{y^2-z^2}\times\frac{2x}{3y-z}$

(ii) پہلے n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا یہ ہے

$$s=1+2+3+\cdots+n\frac{n(n+1)}{2}$$

اس فارمولا کی مدد سے

(i) پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔ (ii) پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم ریں۔

(iii) قدرتی اعداد 101 سے 149 تک مجموعہ کیا ہوگا؟

ایک بند سلنڈر (بیلن) کی سطح کے رقبہ A کیلئے فارمولا $A=2\pi r(r+h)$ ہے۔

جبکہ r اور h سلنڈر کا بالترتیب رداس اور بلندی ہیں۔ تیل کے ایک بند ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جبکہ اس کا رداس 30 سم سے بلندی 80 سم ہے $\left(\pi=\frac{22}{7}\right)$

7.3 4درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق

(Adding and Subtracting Polynomials of degrees upto4)

ہم دو درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم 4درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق کے متعلق پڑھیں گے۔

مثال 1: $7x^3+5x^2-11x+2$ اور $4x^3-3x^2+15+9$ کو جمع کریں۔

حل: ہم دونوں کثیر رقمیوں کو عمودی شکل میں اوپر تلے لکھ کر جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 7x^3+5x^2-11x+2 \\ 4x^3-3x^2+15x+9 \\ \hline 11x^3+2x^2+4x+11 \end{array}$$

ہر قسم رقموں کے عددی سر جمع کیے جاتے ہیں اور عددی سروں کے مجموعہ سے متغیر کو ضرب دی جاتی ہے۔

عملی کام میں جمع کا عمل افقی شکل میں انجام دینا زیادہ آسان ہے۔ مندرجہ بالا کثیر رقمیوں کو جمع کرنے کیلیے ہم ایک جیسی رقوم کی گروہ بندی یوں کرتے ہیں۔

$$(7x^3+5x^2-11x^2+2)+(4x^3-3x^2+15x+9)$$
$$=(7x^3+4x^3)+(5x^2+3x^2)+(-11x+15x)+(2+9)$$
$$=(7+4)x^3+(5-3)x^2+(11+15)x+11$$
$$= 11x^3+2x^2+4x+11$$

یہ وہی جواب ہے جو ہم نے اوپر عمودی شکل کی جمع سے حاصل کیا۔

مثال 3: $2x^3-12x^2+9x-2$ کو $9x^3-7x^2+5x+1$ میں سے تفریق کریں۔

حل: عمودی صورت میں لکھنے سے

$$\begin{array}{r} 9x^3-7x^2+5x+1 \\ \pm 2x^3 \mp 12x^2 \pm 9x \mp 2 \\ \hline 7x^3+5x^2-4x+3 \end{array}$$

تفریق ہونے والے جملے کی علامات تبدیل کرکے جمع کیا۔

مثال 4: $3x^4-3x^2+5x$ اور x^4-2x^3+3x کے مجموعہ میں سے $2x^4+3x^3-2$ کو تفریق کریں۔

حل:
$$[\{(3x^4-3x^2+5x)+x^4-2x^3+3x-5)\} -(2x^4+3x^3-2)]$$
$$= 4x^4-2x^3-3x^2+8x-5-2x^4-3x^3+2$$
$$= 4x^4-2x^4-2x^3-3x^3-3x^2+8x-5+2$$
$$= 2x^4-5x^3-3x^2+8x-3$$

مشق 7.3

1۔ حل کیجیے۔

(i) $(9x^3-5x^2y+3xy^2+y^3)+(-11x^3+7x^2y-8xy^2-5y^3)$

(ii) $\left(\frac{1}{7}x^4+\frac{3}{7}x^2-1\right)+\left(\frac{1}{6}x^3+\frac{4}{7}x^2-\frac{2}{7}x+\frac{8}{7}\right)$

(iii) $(y^3-y^2-5)-(6y-y^2+9+5y^3)+(2y^3-7y-4)$

(iv) $4x^4-\{3x^2+(2x-3)-5x^2-9(3x^2+5x)\}$

(v) $6-x^2-\{4x-3(x^2-2)-\overline{6x-3}\}$

(vi) $4x^4-3x^3+[(2x-1)-\{3x^2+5x-2x\}+2]$

2۔ (i) x^3+x^2+x-4 میں سے $7-x-x^2$ کو تفریق کیجیے۔

(ii) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4$ میں سے $x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{7}{2}$

3۔ $-4x$ کو 1 میں سے تفریق کیجیے اور حاصل تفریق کو $x^4+4x^3+6x^2+6x+1$ میں سے تفریق کریں۔

4۔ $7x^3+6$ کو $3ax-12x^2+4$ اور $12x^2+ax-6x^2$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجیے۔

7.4 4درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب

(Multiplying two Polynomials of degrees up to 4)

دو کثیر رقمیوں کی ضرب کرتے وقت ایک کثیر رقمی کو ایک ہی رقم تصور کرتے ہوئے دوسری سے ضرب دیتے ہیں۔

مثال 1: $x-1$ اور x^2+x+1 کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

حل: ہم x^2+x+1 کو ایک ہی رقم تصور کریں گے۔

$$(x-1)(x^2+x+1)=x(x^2+x+1)-1(x^2+x+1)$$
$$=x^3+x^2+x-x^2-x-1$$
$$=x^3-1$$

دو کثیر رقمیوں کو ضرب دینے کے لیے پہلی کثیر رقمی کی ہر رقم کو دوسری کثیر رقمی سے ضرب دیں اور بریکٹ ہٹا کر ایک جیسی رقوم اکٹھی کریں۔

ضرب کا یہ طریقہ کثیر رقمیوں کے ضرب کی افقی شکل کہلاتا ہے۔

کثیر رقمیوں کی ضرب کا ایک اور طریقہ یہ کہ دونوں کثیر رقمیوں کو اوپر تلے رکھ کر ضرب دی جاتی ہے جیسا کہ نیچے دی گئی مثال میں کیا گیا ہے۔

مثال 3: $4x^4+3x^3+5x^2-1$ کو $5x^3-7x^2+3$ سے ضرب دیں

$$\begin{array}{rl}
& 4x^4+3x^3+5x^2-1 \\
\times & 5x^3-7x^2+3 \\
\hline
& 20x^7+15x^6+25x^5 \qquad -5x^3 \\
& -28x^6-21x^5-35x^4 \qquad +7x^2 \\
& 12x^4+9x^3+15x^2-3 \\
\hline
& 20x^7-13x^6+4x^5-23x^4+4x^3+22x^2-3
\end{array}$$

مشق 7.4

مختصر کیجیے۔

1. $(x+2y)(x^2-3y^2)$
2. $(4x^2-y^2)(5x+2y^2)$
3. $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
4. $(3\ 4x+x^2)(5x^2+x-2)$
5. $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$
6. $(ax^3+bx^2+cx+d)(px+q)$
7. $(4x^3-5x^2y+7xy^2-8y^3)(3x-5y)$
8. $(7x^3-x+11)(2x^2-9)$
9. $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^4)(5x-7y)$
10. $(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(ax+by-cz)$
11. $(x^3+2x-5)(5x^3-2x^2+7x+4)$
12. $(5x^3-4x^2-3x+1)(-x^3+3x^2-1)$
13. $(3x^4+x^2-x+2)(5x^3+3x^2-2x-3)$
14. $(x^4+x^2y^2+y^4)(x^4-x^2y^2+y^4)$

7.5 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کو 2 درجہ تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم کرنا

Dividing Polynomials (of degrees upto 4)by Polynomials (of degrees upto 2)

4 درجی کثیر رقمی کی ایک درجی یا دو درجی کثیر رقمی پر تقسیم اسی طرح کی جاتی ہے جیسا کہ ہم ساتویں جماعت میں 3 درجی کثیر رقمی کو یک درجی کثیر رقمی پر تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔

آیئے اس کا اعادہ کریں۔

مثال 1: $x^2-12x+20$ کو $x-2$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$\frac{x^2}{x}=x$$
$$x(x-2)=x^2-2x$$
$$\frac{-10x}{x}=-10$$
$$-10(x-2)=-10x+20$$

$$\begin{array}{r|l}
 & x-10 \\
\hline
x-2 & x^2-12x+20 \\
 & \pm x^2 \mp 2x \\
\hline
 & -10x+20 \\
 & \mp 10x \pm 20 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

اگر باقی میں تقسیم کنندہ سے کم درجے کی کثیر رقمی یا صفر آجائے تو تقسیم کا عمل رک جاتا ہے

مثال 2: $8x^3+16x^2+8x+3$ کو $2x+3$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$8x^3 \div 2x = 4x^2$
$4x^2(2x+3) = 8x^3 + 12x$
$4x^2 \div 2x = 2x$
$2x(2x+3) = 4x^2 + 6x$
$\frac{2x}{2x} = 1$
$1(2x+3) = 2x+3$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 4x2+2x+1 \\
2x+3 & 8x^3-16x^2+8x+3 \\
 & \pm 8x^3 \pm 12x^2 \\
\hline
 & -4x^2 \quad +8x \\
 & \pm 4x^2 \quad \pm 6x \\
\hline
 & 2x+3 \\
 & \pm 2x \pm 3 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

مشق 7.5

پہلے جملے کو دوسرے جملے پر تقسیم کیجیے۔

1. $(5x - 2x^2 + x^3 - 24) \div (x - 3)$
2. $(3x^3 + x - 2 + x^2) \div (3x - 2)$
3. $(6x^3 + 7x^2 + 5x + 2) \div (3x + 2)$
4. $(10x^3 - x^2 - 17x - 4) \div (5x + 2)$
5. $(12x^3 - 28x^2 + 13x - 3) \div (2x + 3)$
6. $(3x^4 + 13x^2 + 5) \div (3x^2 + 1)$
7. $(2x^3 - 2x^2 + 3x + 6) \div (x^2 - 1)$
8. $(x^4 - 1 + x) \div (x - 1)$
9. $(6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2) \div (3x^2 - 2x + 1)$
10. $(8x^4 + 14x^3y - 23x^2y^2 - 14xy^3 + 15y^4) \div (2x^2 + 3xy - 5y^2)$

7.6 فار مولے اخذ کرنا (Establishing Formulae)

فار مولے الجبرے میں انتہائی اہم کردار ادا کرتے ہیں ان کی مدد سے ضرب کا عمل کیے بغیر نتائج لکھے جا سکتے ہیں۔ جو فار مولے ہم اخذ کریں گے ان میں ضرب کا عمل ہوگا۔

آیئے ہم چند فار مولے اخذ کرتے ہیں۔

(a) فار مولا 1: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x = ab$

یونٹ VIII
جومیٹری (Geometry)

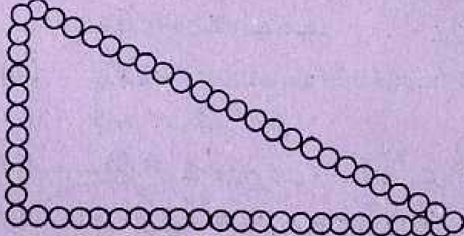
اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- مسئلہ فیثا غورث کا بیان اس کا غیر رسمی ثبوت اور استعمال۔
- مثلث اور چوکوروی علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہیرو فار مولا کا بیان اور استعمال۔
- بیلن کی سطح کا رقبہ اور بیلن کا حجم معلوم کرنا۔
- مخروط کی سطح کا رقبہ اور مخروط کا حجم معلوم کرنا۔
- روز مرہ زندگی سے بیلن اور مخروط کے رقبہ اور حجم کے متعلقہ عبارتی سوالات⊠

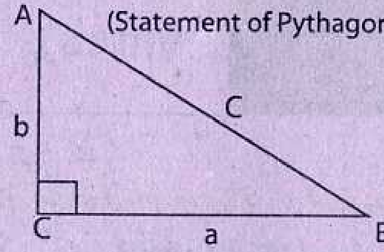
عمل تشکیل (Construction)

- ایک قطعہ خط کو دیئے گئے چند برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔
- ایک قطعہ خط کو دیئے گئے چند نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا۔
- ایسی مثلث بنانا جس کا احاطہ اور اضلاع کی مقداروں میں نسبت دی گئی ہو۔
- منتظم، مخمس، مسدس، اور مثمن کی تصور۔
- منتظم، مخمس، مسدس اور مثمن کی تشکیل۔
- مربع اور معین کے وتروں کی تعریف۔
- مربع اور معین کے وتروں کی خصوصیات⊠
- مربع اور معین کی تشکیل، جبکہ ان کے وتروں کی مقداریں دی گئی ہوں۔
- مسئلہ فیثا غورث (Pythagorus Theorem)

مسئلہ فیثا غورث جیومیٹری میں بنیادی حیثیت کا حامل ہے۔ 2500 سال قبل ایک یونانی ریاضی دان فیثا غورث نے دریافت کیا اس کی دریافت کا خیال اسے دریائے نیل کی چوڑائی کی پیائش کے ایک خاص طریقے سے آیا۔ مصری دریائے نیل کی چوڑائی کی پیائش ایک زنجیروں سے بنی ہوئی خاص قسم کی قائمۃ الزاویہ مثلث کی مدد سے کرتے تھے۔ جس کے اضلاع میں 3:4:5 ہوتی تھی۔



8.1 بیان مسئلہ فیثا غورث (Statement of Pythagor us Theorem)



کسی قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں

اگر $m\angle c = 90^0$ اور اس کے قاعدہ، عمود اور وتر کی

مقداریں بالترتیب b,a اور c ہوں تو

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$

یاد رکھیے:

زاویہ قائمہ کے سامنے والا ضلع وتر کہلاتا ہے۔ زاویہ قائمہ کے متصلہ اضلاع میں سے ایک کو قاعدہ اور دوسرے کو عمود کہتے ہیں

کیا آپ جانتے ہیں؟

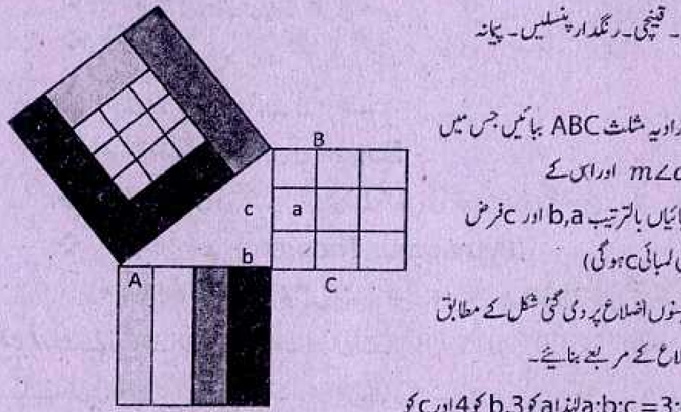
اگر کسی مثلث کے اضلاع میں 3:4:5 ہو تو وہ قائمۃ الزاویہ مثلث ہوتی ہے لیکن اس کا معکوس بیان ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔

8.2 مسئلہ فیثا غورث کا غیر رسمی ثبوت (Informal Proof of Pythagorus Theorem)

ہم اسے ایک سرگرمی کے ذریعے ثابت کریں گے۔

سرگرمی: سامان: گتہ۔ قینچی۔ رنگدار پنسلیں۔ پیانہ

مدارج عمل:



(i) ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ABC بنائیں جس میں $m\angle c = 90^0$ اور اس کے اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب b,a اور c فرض کریں (وتر کی لمبائی c ہوگی)

(ii) مثلث کے تینوں اضلاع پر دی گئی شکل کے مطابق c,b,a اضلاع کے مربعے بنائیے۔

(iii) چونکہ a:b:c=3:4:5 لہٰذا a کو 3، b کو 4 اور c کو 5 برابر حصوں میں تقسیم کیجیے۔

(iv) دی گئی شکل کے مطابق مربعوں کو مستطیلی پٹیوں میں تقسیم کریں۔ اور ان پٹیوں میں مختلف رنگ بھر دیجیے۔

(v) اب قینچی لیجیے اور احتیاط سے a اور b ضلع والے مربعوں کو کاٹ لیجیے۔

(vi) اب b ضلع والے مربع کی مستطیلی پٹیاں کاٹ لیجیے اور c ضلع والے مربع میں ضلع a والا مربع اور یہ مستطیلی پٹیاں دی گئی شکل کے مطابق سیٹ کرلیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ

ضلع c والے مربع کا رقبہ ضلع a اور

ضلع b والے مربعوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

پس ثابت ہوا $c^2=a^2+b^2$

$(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$

یاد رکھیے

ضلع a کے مربع کا رقبہ a^2 ہے

ضلع b کے مربع کا رقبہ b^2 ہے

ضلع c کے مربع کا رقبہ c^2 ہے

8.3 مسئلہ فیثا غورث کا استعمال

(Application of Pythagoras Theorem)

کسی قائمۃ الزاویہ مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں تو مسئلہ فیثا غورث کا استعمال کرتے ہوئے ہم تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔

یعنی $c^2= a^2+b^2$

تو $a^2= c^2-b^2$

اور $b^2=c^2-a^2$

مثال 1: سامنے دی گئی مثلث کی شکل میں ضلع $\overline{AB}$ کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا $m\overline{AB} = x$

(مسئلہ فیثا غورث کی رو سے)

$c^2=a^2+b^2 \qquad (\because m\angle C = 90^0)$

یہاں $c = x , a = 5cm , b = 12cm$

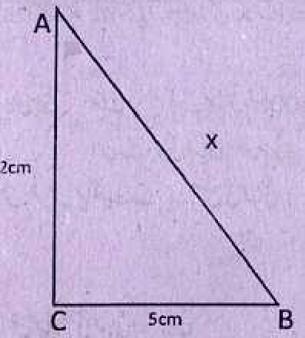
یا $x^2 = 5^2 + 12^2$

یا $x^2 = 25 + 144$

یا $x^2 = 169$

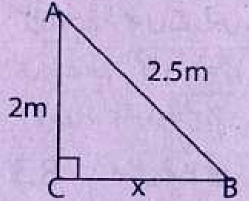
$x = \sqrt{169} = 13cm$

پس $m\overline{AB} = 13cm$



مثال 3: ایک 2.5 میٹر لمبی سیڑھی دیوار سے لگائی گئی۔ اگر اس کا بالائی سرا دیوار پر 2 میٹر کی بلندی تک پہنچے تو سیڑھی کے پائے کا دیوار سے فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا سیڑھی کے پائے کا دیوار سے فاصلہ x ہے



مسئلہ فیثا غورث کی رو سے $c^2 = a^2 + b^2$, $m\angle c = 90^0$

یہاں $c = 2.5m$, $a = x$. $b = 2m$

پس $a^2 = c^2 - b^2$

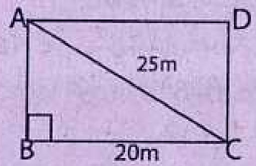
$\Rightarrow x^2 = (2.5)^2 - (2)^2 = 6.25 - 4$

$\Rightarrow x^2 = 2.25$

$\Rightarrow x = 1.5\,m$

مثال 4: ایک مستطیلی کھیت کا طول 20 میٹر اور اس کے وتر کی لمبائی 25 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کھیت کی چوڑائی x میٹر ہے۔



مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$b^2 = a^2 + c^2$, $m\angle B = 90^0$

یہاں $b = 25m, c = x\,,\ a = 20m$

$(25)^2 = x^2 + (20)^2$

$x^2 = (25)^2 - (20)^2 = 625 - 400 + 225$

$x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225}m \Rightarrow x = 15m$

مستطیلی کھیت کی چوڑائی $= 15m$

مستطیلی کھیت کی لمبائی $= 20m$

مستطیلی کھیت کا رقبہ = چوڑائی × لمبائی $= 15m \times 20m$

کھیت کا رقبہ $= 300m^2$

مثال 5: ایک مربع کھیت کا رقبہ $14400m^2$ ہے۔
اس کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کھیت کے ایک ضلع کی لمبائی = x

رقبہ $= x^2 = 14400m^2$

$x = 120\,m$

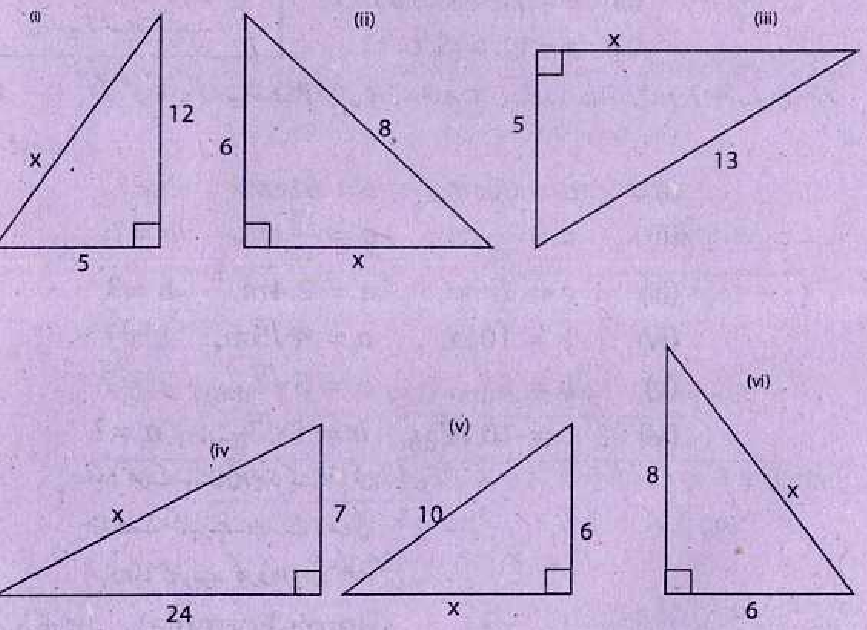
فرض کیا وتر کی لمبائی = c

(مسئلہ فیثا غورث کے رو سے) $c^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow c^2 = 2x^2$

$= 2 \times 14400m^2 \Rightarrow c = \sqrt{2 \times 14400}m \Rightarrow c = 120\sqrt{2}m$

مشق 8.1

دی گئی قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں دو دو اضلاع کی لمبائی (سم) میں دی گئی ہے۔ ہر ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں؟ (مثلثیں سکیل کے مطابق نہیں بنائی گئیں)

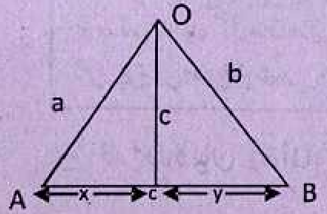


2. ایک مساوی الساقین قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی 98^2 سم ہے۔ برابر (متماثل) ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔

3. ایک 10 میٹر لمبی سیڑھی دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ سیڑھی کا نچلا سرا دیوار سے 6 میٹر دور زمین پر لگا ہوا ہے بتایئے کہ زمین سے اوپر کتنے فاصلہ پر سیڑھی کا اوپر والا سرا دیوار کو چھو رہا ہے؟

4. ایک مثلث ABC جس میں
$m\angle C = 90^0$ اور $m\overline{BC} = 2.1cm$ ہے $m\overline{CA} = 7.2cm$ ہے۔ $\overline{AB}$ کی لمبائی معلوم کریں

5. سامنے دی گئی شکل میں ثابت کریں۔
$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$



$$= \frac{20}{2} = 10cm$$

$$\Delta ABC = \sqrt{10(10-8)(10-6)(10-6)}$$
$$= \sqrt{10 \times 2 \times 4 \times 4}$$
$$= 2 \times 4\sqrt{5}$$
$$= 8\sqrt{5}cm^3$$

مشق 8.2

1. ایک مثلث کے اضلاع کی مقداریں $53m, 60m$ اور $111m$ ہیں اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔

2. مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔
(i) $13cm, 14cm, 15cm$ (ii) $5cm, 12cm, 13cm$ (iii) $103cm, 115cm, 13cm$

3. اگر مثلث ABC کے راسوں A, B اور C کے متقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب a, b اور C ہوں اور مثلث کا احاطہ $2s$ ہو تو نیچے دیے گئے ہر سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجیے۔

(i) $a = 5m, b = 7m, s = 9m, c =$ ______, $\Delta ABC =$ ______

(ii) $a = 10m, b = 8m, s = 12m, c =$ ______, $\Delta ABC =$ ______

(iii) $a = 3cm, s = 9.5cm, c = 9m, b =$ ______ $\Delta ABC =$ ______

(iv) $a = 3.5dm, b = 2.5dm, c = 4.5dm, s =$ ______ $\Delta ABC =$ ______

قومی ترانہ

پاک سر زمین شاد باد   کشورِ حسین شاد باد
تو نشانِ عزمِ عالیشان   ارضِ پاکستان !
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سر زمین کا نظام   قوتِ اخوتِ عوام
قوم ، مُلک ، سلطنت   پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پرچمِ ستارہ و ہلال   رہبرِ ترقی و کمال
ترجمانِ ماضی ،شانِ حال   جانِ استقبال !
سایہء خُدائے ذوالجلال

حفیظ جالندھری



Al-Baghdad Printers PAK
E-Mail: ab_printers007@yahoo.com
Tell: +92-41-8788807